確率の定義は学んだ。今回は具体的な問題で理解を確かめよう。

↩?
↪36 279

《例題》

赤球 4 個と白球 6 個の入った袋から，球を同時に 2 個取り出す。

(1) 赤球 2 個が出る確率を求めよ。 順序の区別なし

(2) 赤球 1 個と白球 1 個が出る確率を求めよ。

〈解決〉

球を区別して，すべての出かたは ${}_{10}C_2$ 通り [*1] 。

「赤赤」「赤白」「白白」では赤赤より白白が起きやすい。
同様に確からしくなるよう $\underbrace{1, 2, 3, 4}_{\text{赤}}, \underbrace{5, 6, 7, 8, 9, 10}_{\text{白}}$ と思う。

[*1] 約分のことを考えれば順列で解いても結果は同じですが，問題文の設定を式にしたとは言い難いと思います。

(1) 赤球 2 個の出かたは ${}_4C_2$ 通りゆえ，$\dfrac{{}_4C_2}{{}_{10}C_2} = \dfrac{2}{15}$ [*2] 。

(2) 赤球 1 個と白球 1 個の出かたは ${}_4C_1 \times {}_6C_1$ 通りゆえ，
$\dfrac{{}_4C_1 \times {}_6C_1}{{}_{10}C_2} = \dfrac{8}{15}$。

[*2] 分母分子 2×1 倍して $\dfrac{\frac{4 \times 3}{2 \times 1}}{\frac{10 \times 9}{2 \times 1}} = \dfrac{4 \times 3}{10 \times 9}$。

〈理解〉

場合の数→ヒトの識別で数える。確率→自然の識別で数える。

↩Org.
↪$\boxed{37}$ 282 283

《例題》

ＡＢＣＤＥの 5 文字を 1 列に並べる。

確率では無作為に並ぶ・選ぶ……と読む慣例。

(1) 両端が母音（ＡＥ）となる確率を求めよ。

(2) ＡがＥよりも左にある確率を求めよ。

〈解決〉

すべての並べかたは ${}_5P_5$ 通り。

(1) 母音ＡＥの並べかた ${}_2P_2$ 通りごとに，残り 3 文字の並べかた ${}_3P_3$ 通りがある。よって $\dfrac{{}_2P_2 \times {}_3P_3}{{}_5P_5} = \dfrac{1}{10}$。

(2) ＡとＥの順序のみが異なる並べ方は ${}_2P_2$ 通りずつあり，このうちＡが左にあるもののみを数えるから $\dfrac{\frac{{}_5P_5}{{}_2P_2}}{{}_5P_5} = \dfrac{1}{2}$ [*3] 。

[*3] 分母分子 ${}_2P_2$ 倍。

直観でも左か右で $\dfrac{1}{2}$。しかし確率の定義通りでない。

《例題》

↩38
↪ 284

4 人がじゃんけんを 1 回行う。

(1) 1 人だけが勝つ確率を求めよ。

(2) ちょうど 2 人が勝つ確率を求めよ。

(3) あいこになる確率を求めよ。

〈解決〉

すべての手の出しかたは 3^4 通り。

(1) 勝者は 4 通り。勝つ手は 3 通りで，そのとき負ける手は決まる。よって $\dfrac{4\times 3}{3^4}=\underline{\dfrac{4}{27}}$。

(2) 勝者は ${}_4\mathrm{C}_2$ 通り。勝つ手は 3 通りで，そのとき負ける手は決まる。よって $\dfrac{{}_4\mathrm{C}_2\times 3}{3^4}=\underline{\dfrac{2}{9}}$。

(3) (ⅰ) 全員が同じ手を出すのは 3 通り。

(ⅱ) 3 種類の手が出るとき，どの手を 2 人が出しているかで 3 通り，そのそれぞれに誰がどの手を出しているかが $\dfrac{{}_4\mathrm{P}_4}{{}_2\mathrm{P}_2}$ 通り。

以上より $\dfrac{3+3\times\dfrac{{}_4\mathrm{P}_4}{{}_2\mathrm{P}_2}}{3^4}=\underline{\dfrac{13}{27}}$。

［別解］ ⋆　あいこにならないのは，(ⅰ) 1 人が勝つ，(ⅱ) 2 人が勝つ，(ⅲ) 3 人が勝つ，のいずれかのとき。3 人が勝つのは 1 人が負けることと同じで，1 人が勝つ確率に等しい。

よって $\dfrac{3^4-(12+18+12)}{3^4}=\dfrac{27-(4+6+4)}{3^3}=\underline{\dfrac{13}{27}}$。

《例題》

↩Org.
↪ 39 286

15 本のくじに n 本の当たりがあり，同時に 2 本引く。2 本とも当たる確率が $\dfrac{2}{21}$ である。n を求めよ。

〈解決〉

すべての引きかたは ${}_{15}\mathrm{C}_2$ 通り。2 本とも当たる引きかたは ${}_n\mathrm{C}_2$ 通り。よって

$$\frac{{}_n\mathrm{C}_2}{{}_{15}\mathrm{C}_2}=\frac{2}{21}\quad\therefore n^2-n-20=0\quad\therefore n=-4\text{ or }5。\qquad\ldots①$$

n は整数で $2\leqq n\leqq 15$ が必要 …② 。① and ②より $\underline{n=5}$。

今回は，確率の基本的な例題を紹介した。よく練習して，思い込みがないか確かめること。

左右のページで小問の作りかた（マクロ）を変えています。ソースをご覧ください。

目盛りは \unsetvruler 命令で消去できます。